

СТРАТИФИКОВАНИ УЗОРАК У ИНВЕНТУРИ ШУМА

МИЛОШ КОПРИВИЦА¹

Извод: У раду је разматрана могућност и ефикасност примјене стратификованог узорка у инвентури шума. Техника процјене просјечне и укупне запремине објашњена је на примјеру једне газдинске класе високих букових шума. Прво су као стратуми посматране састојине, а затим хомогене групе састојина. Констатовано је да постоје велике могућности за примјену стратификованог узорка у инвентури шума. У поређењу са једноставним узорком исте величине добијена је прецизнија процјена запремине. Ефекат изведене стратификације је значајан. У коришћеном примјеру, за постизање исте прецизности процјене величина стратификованог узорка мања је за 27,2% од величине једноставног узорка.

Кључне ријечи: стратификовани узорак, инвентура шума, састојина, газдинска класа

1. УВОД

У модерној инвентури шума примјењују се различити типови (плани) узорка: једноставни, стратификовани, блоковски, двоетапни и вишеетапни, двофазни и вишефазни, узорак група, итд. (Kangas, A., Maltamo, M., 2006; Laar, A. V., Akča, A., 2007). Циљ примјене различитих типова узорка је постизање максималне прецизности и тачности процјене параметара мјерене шуме (инвентурне јединице) уз минималне трошкове. За састојину се користи искључиво једноставни узорак, а за веће инвентурне јединице (одјељење, слив, газдинска класа, категорија шуме, газдинска јединица, шумско подручје и сл.) најчешће стратификовани узорак. Начелно, стратификовани узорак се примјењује на велике хетерогене скупове који су већ подијељени или се накнадно могу подијелити на више хомогених подскупова, који се називају стратуми.

Предност примјене стратификованог узорка у односу на једноставни узорак је првенствено у томе што при истој величини узорка даје прецизнију процјену параметара инвентурне јединице. Посматрано теоретски, ефекат стратификације је утолико већи што су јединице унутар стратума међусобно хомогеније по посматраном обиљежју, а између стратума хетерогеније. Увијек, кад постоји велика разлика између средина стратума, може се очекивати значајан ефекат од примјене стратификованог узорка (Hadživuković, S., 1975; Koprivica, M., 2004).

Такође, предност примјене стратификованог узорка у односу на једноставни узорак је и у томе што даје увид у процјењиване параметре инвентурне јединице и по њеним дијеловима - стратумима. На примјер, у једној газдинској класи по састојинама или у категорији шуме по газдинским

¹ др Милош Копривица, ред. проф. у пензији, Београд

класама и слично. И поред тога што је једноставни узорак намијењен првенствено за примјену у малим и хомогеним скуповима (састојинама), он се у нашој шумарској пракси најчешће примјењује и за процјену параметара великих хетерогених скупова (газдинских класа, категорија шума, газдинских јединица, шумских подручја, и сл.) што се не може сматрати оправданим. Вјероватно је то због недовољног познавања предности стратификованог узорка у поређењу са једноставним узорком и због нешто сложеније статистичке процедуре прикупљања и обраде података.

О овом проблему Хаџивуковић наводи сљедеће: „Ипак, једна од основних предности стратификованог узорка је повећање прецизности оцене. Због тога постоји мишљење да га увек треба применити. С тим у вези треба истаћи да није редак случај да примена стратификације доводи само до незнатног повећања прецизности што нема већег практичног значаја. Наиме, висина прецизности зависи од хомогености јединица у оквиру стратума, а на њу у великој мери утиче начин како су стратуми утврђени“ (Нађивуковић, С., 1975, стр. 93).

Задатак овог рада је да на примјеру једне газдинске класе високих букових шума (инвентурне јединице) презентује технику процјене просјечне и укупне запремине, помоћу једноставног и стратификованог узорка, као и да оцијени ефекат изведене стратификације. Иначе, газдинска класа је у нашем и европском шумарству основна класификациона и уређајна јединица за коју се приказују подаци инвентуре шума. Циљ рада је потпуније упознавање шумарских стручњака са могућностима и техником примјене стратификованог узорка у инвентури шума, односно, уопште, у шумарству.

2. МАТЕРИЈАЛ И МЕТОД РАДА

За инвентуру састојина једне газдинске класе високих букових шума примијењен је систематски узорак пробних површина величине 500 m², које су распоређене у квадратном распореду на растојању 100 x 100 m. На пробним површинама прикупљени су потребни подаци (пречник и висина стабала) за процјену запремине састојина и газдинске класе. Запремина стабала одређена је по регресионим једначинама (Копривица, М., Матовић, В., 2005). Ово је само дио прикупљених података у оквиру пројекта „Метод процене квалитета и сортиментне структуре високих састојина букве у Србији“ који је реализовао Институт за шумарство у Београду (2005-2007), по посебној методици (Копривица, М. *et al.*, 2005).

Посматрану газдинску класу чини једанаест разнодобних састојина букве. У газдинској класи постављене су укупно 242 пробне површине, колико је приближно износила и њена површина (241,9 ha). Према томе, интензитет узорка износио је 5% инвентарисане површине шуме.

Дендрометријска обрада података изведена је помоћу апликативног програма SORTIMENT, који су за потребе поменутог пројекта израдили Marković, N. *et al.* (2007). Послије ове обраде, слиједила је статистичка обрада података. Примијењено је више метода: метод дескриптивне статистике,

метод анализе варијансе, и метод једноставног и стратификованог узорка (Hadživuković, S. 1991).

3. РЕЗУЛТАТИ ИСТРАЖИВАЊА И ДИСКУСИЈА

3.1 Основни статистички показатељи узорка

Основни статистички показатељи узорка пробних површина у састојинама и газдинској класи дати су у табели 1.

Табела 1. Статистички показатељи за састојине и газдинску класу високих букових шума

Table 1 Statistical parameters for the stands and the management class of beech high forests

Састојина	F (ha)	n	\bar{v} (m ³ /ha)	v_{\min} (m ³ /ha)	v_{\max} (m ³ /ha)	s_v (m ³ /ha)	$s_{\bar{v}}$ (m ³ /ha)	cv (%)	m_v (%)
33a	22,7	23	522,52	298,68	875,00	163,57	34,11	31,30	6,53
42a	17,9	18	379,57	215,07	563,15	88,51	20,86	23,32	5,50
42b	10,4	10	333,23	146,62	441,83	90,18	28,52	27,06	8,56
122a	29,5	29	503,68	246,49	972,84	185,53	34,45	36,83	6,84
27a	20,2	20	350,38	110,10	759,14	170,83	38,20	48,76	10,90
31a	31,6	32	290,89	109,29	511,27	104,48	18,47	35,92	6,35
46a	28,3	28	316,04	68,20	612,28	132,51	25,04	41,93	7,92
8a	16,5	16	385,19	189,73	653,19	117,02	29,25	30,38	7,59
8b	9,8	10	360,83	279,90	453,35	65,10	20,59	18,04	5,70
44a	22,6	23	502,25	265,47	983,92	174,56	36,40	34,75	7,25
116a	32,4	33	289,96	49,96	619,83	122,76	21,37	42,33	7,37
Газдинска класа	241,9	242	383,66	49,96	983,92	163,63	10,52	42,65	2,74

Резултати о просјечној запремини по хектару и варијабилитету запремине добијени су по стандардним формулама за једноставни случајни узорак. Релативна грешка просјечне запремине ($m_v\%$) исказана је као количник коефицијента варијације и квадратног коријена из величине узорка (једнострука грешка).

3.2 Примјена једноставног узорка

Једноставни узорак је примијењен за процјену просјечне и укупне запремине сваке састојине посебно и за газдинску класу као цјелину.

На примјер, за састојину 33а процјена је сљедећа:

$$\bar{v}_{uz} - t \cdot s_{\bar{v}_{uz}} < \bar{V}_{sk} < \bar{v}_{uz} + t \cdot s_{\bar{v}_{uz}} \quad (1)$$

гдје је,

\bar{v}_{uz} - просечна запремина по хектару у узорку,

t - вриједност из таблица t - дистрибуције за одређену вјероватноћу и степен слободе $n - 1$,

$s_{\bar{v}_{uz}}$ - грешка просјечне запремине по хектару у узорку, и

\bar{V}_{sk} - просјечна запремина по хектару у скупу (састојини)

Поједини чланови у неједначини (1) одређују се као што слиједи,

$$\bar{v}_{uz} = \frac{\sum v_i}{n}, t(95\% \text{ i } n-1), s_{\bar{v}_{uz}} = \frac{s_{vuz}}{\sqrt{n}}, s_{vuz} = \sqrt{\frac{\sum (v_i - \bar{v}_{uz})^2}{n-1}}$$

гдје је:

v_i - запремина по хектару за i - ту пробну површину, и

s_{vuz} - стандардна девијација запремине у узорку одређене величине (n)

Према томе,

$$522,52 - 2,074 \cdot 34,11 < \bar{V}_{sk} < 522,52 + 2,074 \cdot 34,11$$

$$451,78 < \bar{V}_{sk} < 593,26$$

Стварна просјечна запремина састојине 33а, са вјероватноћом 95% и степеном слободе 22, налази се у интервалу од 451,78 m³/ha до 593,26 m³/ha, а има још 5% вјероватноће да може бити и изван ових граница. Практично, резултат показује да од 100 различитих узорака исте величине ($n = 23$), које би поставили у овој састојини, њих 95 дало би просјечну запремину по хектару унутар утврђеног интервала, а 5 изван интервала. Ширина интервала повјерења (процјене) је 141,48 m³/ha, а грешка узорка износи пола интервала, тј. +/-70,74 m³/ha или +/-13,54%. Очито да је грешка процијењене просјечне запремине по хектару велика и да у пракси може да буде једнака планираном обиму сјеча у уређајном периоду дужине десет година, уз претпоставку да је и планирани интензитет сјече у састојини 13,54%. И, овај примјер потврђује констатацију да је планирање на нивоу састојине, због недовољне прецизности (тачности) процијењене запремине, најчешће јако несигурно (Koprivica, M., 2006).

На исти начин утврђују се и границе интервала процјене укупне запремине састојине, тј. на њеној цијелој површини (F).

Формула је сљедећа:

$$F(\bar{v}_{uz} - t \cdot s_{\bar{v}_{uz}}) < F\bar{V}_{sk} < (F\bar{v}_{uz} + t \cdot s_{\bar{v}_{uz}})F \quad (2)$$

Даље слиједи,

$$23,7 \cdot 451,78 < F\bar{V}_{sk} < 593,26 \cdot 23,7$$

$$10.707,19 < F\bar{V}_{sk} < 14.060,26$$

Према томе, укупна запремина састојине 33а налази се у интервалу од 10.707,19 m³ до 14.060,26 m³. Грешка узорка је +/- 1.676,54 m³ или +/- 13,54%. Наравно, овдје је претпостављено да је површина састојине тачно утврђена. У противном, ако постоји и грешка површине састојине треба је узети у обзир (Matić, V. 1977; Laar, A.V., Akča, A. 2007).

На исти начин као за састојину, процијењена је просјечна и укупна запремина газдинске класе (n = 242). Стварна просјечна запремина газдинске класе, са вјероватноћом 95% и степеном слободе 241, налази се у интервалу од 363,06 m³/ha до 404,26 m³/ha. Грешка узорка је +/- 20,62 m³/ha или +/- 5,37%. Укупна запремина газдинске класе је у интервалу од 87.824,21 m³ до 97.790,49 m³, а грешка узорка +/- 4.983,14 m³ или +/- 5,37%. Наравно, опет је претпостављено да је површина газдинске класе тачно утврђена.

Ради илустрације, претпоставићемо да је грешка у процјени површине газдинске класе помоћу узорка, са вјероватноћом 95%, била +/- 1,72%. Тада би, по закону о преношењу грешака, грешка узорка у процјени укупне запремине износила,

$$m_v \% = \sqrt{(m_{vuz} \%)^2 + (m_{puz} \%)^2} \quad (3)$$

$$m_v \% = \sqrt{5,37^2 + 1,72^2}$$

$$m_v = +/- 5,64\%$$

Утврђена грешка процјене запремине газдинске класе по хектару и укупно је око +/- 5,5% па се може сигурније планирати обим сјеча (етат) за наредни уређајни период, односно израдити поузданији план газдовања. При истом интензитету узорка, са повећањем површине газдинске класе смањила би се грешка узорка, односно повећала прецизност процјене запремине. Тада би и планирање обима сјеча било поузданије.

3.3 Примјена стратификованог узорка

Потребно је прелиминарно провјерити какав се ефекат може очекивати од примјене стратификованог узорка, односно, стратификације газдинске класе, с обзиром на примијењени критеријум формирања стратума и њихов број. Као основни критеријум за стратификацију у посматраном примјеру узета је величина просјечне запремине по хектару у састојини или хомогеној групи састојина, а број стратума одређен је бројем састојина или бројем издвојених хомогених група у газдинској класи.

3.3.1 Прелиминарна оцјена ефекта стратификације

У овом случају, газдинска класа је прво посматрана као статистички скуп подијељен на једанаест стратума. Стратуми су састојине, које су унутар себе хомогене с обзиром на варирање запремине по површини, а између себе мање или више хетерогене. Да ли овај вид стратификације може значајно смањити грешку узорка треба прелиминарно провјерити примјеном метода једноставне анализе варијансе, са неједнаким бројем

понављања (Parde, J.,1961; Hadživuković, S., 1991). У ствари, треба тестирати статистички значај разлике између средина узорака узетих из појединих стратума (састојина). Ако је разлика статистички случајна, не треба очекивати значајан ефекат од проведене стратификације, односно, ако је разлика статистички значајна (при вјероватноћи 95% или 99%), треба очекивати значајан ефекат стратификације. Теоретски посматрано, овдје се ради о прихватању или одбацивању нулте хипотезе о једнакости средина стратума, при одређеној вјероватноћи.

Резултати анализе варијансе дати су у табели 2.

Табела 2. Анализа варијансе за разлику између просјечне запремине састојина по хектару

Table 2 Analysis of variance of the difference between the average stand volumes per hectare

Извор варирања	Сума квадрата	Степен слободе	Средина квадрата	F_0	$F_{0,05}$	$F_{0,01}$
Између састојина	1.931.010	10	193.101,0	9,86	1,83	2,32
Унутар састојина	4.521.820	231	19.575,1			
Укупно	6.452.830	241	26.775,2			

Резултат анализе варијансе показује да постоји статистички значајна разлика између просјечне запремине састојина по хектару, при вјероватноћи 99%, јер је F_0 веће од $F_{0,01}$ ($9,86 > 2,32$). Овим је потврђена и претпоставка да се може очекивати значајан ефекат (већа прецизност процјене) од примјене стратификованог узорка за процјену просјечне и укупне запремине газдинске класе, у односу на једноставни узорак. Да није изведена стратификација стандардна девијација запремине у газдинској класи била би $s_v = \sqrt{26775,2} = 163,63 \text{ m}^3/\text{ha}$, а после изведене стратификације она је мања, $s_v = \sqrt{19575,0} = 139,91 \text{ m}^3/\text{ha}$. До смањења стандардне девијације дошло је усљед издвајања дијела укупне варијације запремине, која се приписује варирању просјечне запремине састојина по хектару око просјечне запремине газдинске класе по хектару.

У проведеној анализи варијансе састојине су условно посматране као *шрејмани* при анализи пољских огледа, јер свака састојина има низ специфичности везаних за станиште, структурну изграђеност и изведене мјере газдовања. Иако би по својој дефиницији газдинска класа требало да буде „*хомојени дио шуме, која чине састојине сличних станишних и састојинских карактеристика, и ...*“, оне су у пракси ипак најчешће хетерогене па је оправдано и на њих примјенити стратификовани узорак. По истом принципу, приликом инвентуре свих високих букових шума у једној газдинској јединици или шумском подручју, стратуми могу бити издвојене газдинске класе у тим шумама, и слично.

При анализи варијансе проведено је и Bartlett-ов тест, којим се иначе провјерава испуњеност основног услова за правилну примјену метода анализе варијансе у анализи огледа - хомогеност варијанси у поређеним

третманима (узорцима). Овај тест је показао да су варијансе у нашем примјеру хетерогене, јер је добијена вриједност теста већа од критичне вриједности, за вјероватноћу 99%. Практично, на овај начин, добили смо још једну потврду оправданости изведене стартификације газдинске класе. Такође, тест најмање значајне разлике (NZR) показао је да се све састојине у газдинској класи могу груписати у три хомогене групе:

A - 27a, 31a, 42b, 46a, 116a,

B - 8a, 8b, 42a,

C - 33a, 44a, 122a,

Издвојене групе састојина статистички представљају три стратума, које карактерише различита просјечна запремина по хектару:

A - са просјечном запремином 251 - 350 m³/ha

B - са просјечном запремином 351 - 450 m³/ha

C - са просјечном запремином 451 - 550 m³/ha

Резултати анализе варијансе са ова три стратума дати су у табели 3.

Табела 3. Анализа варијансе за разлику просјечне запремине група састојина по хектару

Table 3 Analysis of variance for the difference of the average volume of stand groups per hectare

Извор варирања	Сума квадрата	Степен слободе	Средина квадрата	F ₀	F _{0,05}	F _{0,01}
Између група састојина	1.857.200	2	928.600,0	48,29	2,99	4,60
Унутар група састојина	4.595.630	239	19.228,6			
Укупно	6.452.830	241	26.775,2			

И у овом случају разлика између просјечне запремине по хектару хомогених група састојина (стратума) високо је статистички значајна, па се може опет очекивати значајан ефекат стратификације, у односу на једноставни узорак. Стандардна девијација запремине газдинске класе сада је $s_v = \sqrt{19228,6} = 138,66 \text{ m}^3/\text{ha}$. Поређењем са величином стандардне девијације која је добијена при првом виду стратификације ($s_v = 139,61 \text{ m}^3/\text{ha}$) дошло је до незнатног смањења. Према томе, оба вида стратификације показују да ће ефекат стратификације бити значајан у односу на једноставни узорак, при чему разлика између начина стратификације није значајна. Због тога, треба остати код првог вида изведене стратификације и у овом случају постстратификација газдинске класе није потребна. Такође, промјена броја стратума (са једанаест на три) није значајно утицала на резултат анализе варијансе. Практично, овим је потврђена констатација да је лако препознатљив критеријум за формирање стратума у инвентури шума величина просјечне запремине по хектару (Koprivica, M., 2004).

3.3.2 Процјена просјечне и укупне запремине газдинске класе

За процјену просјечне и укупне запремине газдинске класе помоћу

стратификованог узорка користе се сличне неједначине као за једноставни узорак. Разлика је само у томе како се одређују поједини елементи садржани у неједначинама.

Интервал у коме се налази стварна просјечна запремина газдинске класе по хектару одређује се по неједначини (4),

$$\bar{v}_{st.uz} - t \cdot s_{\bar{v}_{st.uz}} < \bar{V}_{st.sk} < \bar{v}_{st.uz} + t \cdot s_{\bar{v}_{st.uz}} \quad (4)$$

гдје је,

$\bar{v}_{st.uz}$ - просјечна запремина по хектару у стратификованом узорку,

t - вриједност из таблица t - дистрибуције, за одређену вјероватноћу и степен слободе $n - k$, гдје је k број стратума,

$s_{\bar{v}_{st.uz}}$ - стандардна грешка просјечне запремине по хектару у стратификованом узорку, и

$\bar{V}_{st.sk}$ - просјечна запремина по хектару у стратификованом скупу (газдинској класи),

Потребно је познавати и релативни удио појединих стратума у скупу (W_i), гдје је $W_i = F_i/F$ или N_i/N или за пропорционалан избор n_i/n .

Потребни подаци за примјену неједначине (4) дати су у табели 4.

Табела 4. Подаци за примјену стратификованог узорка у газдинској класи букве

Table 4 Data for the use of the stratified sample in the beech management class

Састојина	n_i	W_i	$W_i \bar{v}_{i,st}$	W_i^2	$s_{\bar{v}_{i,st}}^2$	$W_i^2 s_{\bar{v}_{i,st}}^2$
33a	23	0,0951	49,692	0,009044	1.163,4921	10,5226
42a	18	0,0744	28,240	0,005535	435,1396	2,4085
42b	10	0,0413	13,762	0,001706	813,3904	1,3876
122a	29	0,1198	60,341	0,014352	1.186,8025	17,0330
27a	20	0,0826	28,941	0,006823	1.459,2400	9,9564
31a	32	0,1322	38,456	0,017477	341,1409	5,9621
46a	28	0,1157	36,566	0,013386	627,0016	8,3930
8a	16	0,0662	25,500	0,004382	855,5625	3,7491
8b	10	0,0413	14,902	0,001706	423,9481	0,7233
44a	23	0,0950	47,714	0,009025	1.324,9600	11,9577
116a	33	0,1364	39,550	0,018605	456,6769	8,4965
Газдинска класа	242	1,0000	383,664	-	-	80,5898

Даље слиједи,

$$\bar{v}_{st.uz} = \sum W_i \bar{v}_{i.st} = 383.664 \text{ m}^3 / \text{ha}$$

$$t(95\% \text{ i n - k}) = 1,96$$

$$s_{\bar{v}_{st.uz}} = \sqrt{\sum W_i^2 s_{\bar{v}_{i.st}}^2} = \sqrt{80,5898} = 8,977 \text{ m}^3 / \text{ha}$$

Уврштавањем добијених вриједности у неједначину (4) добијамо,

$$383,66 - 1,96 \cdot 8,977 < \bar{V}_{st.sk} < 383,66 + 1,96 \cdot 8,977$$

$$366,06 < \bar{V}_{st.sk} < 401,25$$

Стварна просјечна запремина посматране газдинске класе високих букових шума налази се, са вјероватноћом 95% и степеном слободе 231, у интервалу од 366,06 m³/ha до 401,25 m³/ha. Грешка узорка је +/- 17,60 m³/ha или +/- 4,59%.

Укупна запремина газдинске класе процјењује се по неједначини (5),

$$F(\bar{v}_{st.uz} - t \cdot s_{\bar{v}_{st.uz}}) < F\bar{V}_{st.sk} < (\bar{v}_{st.uz} + t \cdot s_{\bar{v}_{st.uz}})F \quad (5)$$

Према томе,

$$241,9 \cdot 366,06 < F\bar{V}_{st.sk} < 401,25 \cdot 241,9$$

$$88.549,91 < F\bar{V}_{st.sk} < 97.062,37$$

Грешка узорка је +/- 4.256,23 m³ или +/- 4,59%, под условом да је површина газдинске класе тачно утврђена. У противном, ако постоји и овдје треба узети у обзир грешку површине газдинске класе.

3.3.3 Постигнути ефекат примјене стратификованог узорка

Ефекат примјене стратификованог узорка може се оцијенити из односа варијанси аритметичке средине стратификованог и једноставног узорка (Надживуковић, S., 1991),

$$RE\% = \frac{\sum W_i^2 s_{\bar{v}_{i.st}}^2}{s_{\bar{v}_{uz}}^2} \cdot 100 \quad (6)$$

Према томе,

$$RE = (80,5898/110,6395) \cdot 100 = 72,84\%$$

Резултат показује да се у анализираном примјеру величина једноставног узорка може смањити за 27,16% или за 66 пробних површина (са 242 на 176) ако би се примијенио стратификовани узорак, а постигла би се иста прецизност процјене која је добијена помоћу једноставног узорка.

Пробне површине би опет биле распоређене систематски на растојању 117, 5 x 117,5 m. С обзиром да се сада смањује и величина узорка по

састојинама, у односу на почетну величину узорка, грешка процјене просјечне и укупне запремине у свакој састојини појединачно била би нешто већа.

Промјену величине појединих статистичких показатеља најлакше је уочити уз помоћ прегладне табеле (табела 5).

Табела 5. Упоређење параметара једноставног и стратификованог узорка
Table 5 Comparison of simple sample and stratified sample parameters

Параметри узорка	Једноставни узорак (ЈУ)	Стратификовани узорак (СУ)	Разлика (СУ - ЈУ)	Однос (СУ/ЈУ)
Величина узорка	242	242	-	-
Средина	383,66 m ³ /ha	383,66 m ³ /ha	-	1,00
Стандардна девијација	163,63 m ³ /ha	139,70 m ³ /ha	- 23,93	0,85
Стандардна грешка	10,52 m ³ /ha	8,98 m ³ /ha	-1,54	0,85
Коефицијент варијације	42,65%	36,41%	- 6,24	0,85
Релативна грешка 95%	+/-5,37%	+/-4,59%	- 0,78	0,85

У табели 5 види се да је величина просјечне запремине газдинске класе по хектару остала иста, а стандардна девијација, стандардна грешка, коефицијент варијације, и релативна стандардна грешка су мањи за 15% у стратификованом узорку у односу на једноставни узорак, исте величине.

Иако је већ показано да се величина једноставног узорка може смањити за 66 пробних површина или за 27,16%, ако би умјесто једноставног примијенили стратификовани узорак, ово се може потврдити и на други начин - полазећи од формуле за планирање величине једноставног узорка,

$$n = \frac{(t \cdot cv\%)^2}{(m_v\%)^2} \quad (7)$$

Тада, добијамо $n = (1,96 \cdot 42,65)^2/5,37^2 = 242$ пробне површине у једноставном узорку, односно $n = (1,96 \cdot 36,41)^2/5,37^2 = 176$ пробних површина у стратификованом узорку. Опет је број пробних површина у стратификованом узорку мањи за 66.

У случају да помоћу једноставног узорка настојимо постићи исту тачност процјене која је добијена помоћу стратификованог узорка била би потребна величина узорка $n = (1,96 \cdot 42,65)^2/4,59^2 = 332$ пробне површине.

У односу на почетну величину једноставног узорка овај узорак је већи за 90 пробних површина или за 37,2%. Речено једноставније, да би смањили грешку узорка за 1,17 пута (5,37/4,59) потребно је повећати величину узорка приближно за 1,17² пута (1,37) или за 37%.

Интересантно је још провјерити колика би била величина стратификованог узорка са пропорционалним и оптималним избором пробних површина да је планирана директно по формулама (Loetsch, F., Haller, K. E., 1964),

$$n = \frac{t^2 \sum W_i s_{vi}^2}{m_v^2} \quad (8)$$

$$n = \frac{t^2 (\sum W_i s_{vi})^2}{m_v^2} \quad (9)$$

гдје је,

$t = 1,96$ ($n > 30$, $P = 95\%$)

$W_i = F_i/F$ или N_i/N или n_i/n

s_{vi} - стандардна девијација запремине састојина по хектару, и

m_v - апсолутна грешка просјечне запремине газдинске класе по хектару, при вјероватноћи 95%

Тада добијамо сљедећи резултат:

$$n = (1,96^2 \cdot 19.503,84)/20,62^2 = 176$$

$$n = (1,96^2 \cdot 135,102^2)/20,62^2 = 165$$

Број пробних површина у оптималном стратификованом узорку у односу на пропорционални стратификовани узорак мањи је за 11 пробних површина или за 6,25%. До сличног резултата дошли су Nyssonen, A., Vuokila, Y. (1963). Такође, види се да би примјена оптималног избора пробних површина у стратификованом узорку допринијела смањењу величине једноставног узорка за 77 пробних површина (са 242 на 165) или за 31,82%.

Иако је оптимални распоред пробних површина теоретски најбољи (Hadživuković, S., 1975; Kangas, A., Maltamo, M., 2006; Laar, A. V., Akča, A., 2007), у инвентури шума не може се једноставно примијенити. Најчешће због непознавања варијабилитета запремине у издвојеним стратумима (нпр. састојинама) прије израде плана узорка, и потребе за различитим растојањем пробних површина (густином квадратне мреже) у тим стратумима. Због ограниченог обима рада, овдје не можемо разматрати оптимални избор пробних површина са различитом цијеном коштања по стратумима. То је посебан проблем у инвентури шума.

Стратификовани узорак са пропорционалним избором пробних површина има велику предност у поређењу са једноставним и стратификованим узорком са оптималним избором пробних површина. У том погледу, Хаџивуковић констатује сљедеће: „Разлог честе примене пропорционалног распореда је у следећем: 1) поступак избора јединица у узорак је једноставан и не води рачуна о трошковима избора јединица по стратумима; 2) када се изврши и лоша стратификација стандардна грешка не може да буде већа у поређењу са стандардном грешком простог случајног узорка; 3) чак када

се примене и компликованији методи у распореду јединица са циљем повећања прецизности оцене, обично се не добија много бољи резултат; 4) израчунавања за оцену параметра и његову прецизност се поједностављују“ (Надживуковић, S., 1975, стр. 101).

4. ЗАКЉУЧАК

Задатак и циљ овог рада био је да се шумарским стручњацима приближи могућност и техника примјене стратификованог узорка у шумарству, на примјеру из инвентуре шума, и да се оцијени његова ефикасност у поређењу са једноставним узорком. У раду је разматрана једна газдинска класа високих букових шума са једанаест састојина. Просјечна и укупна запремина газдинске класе процијењена је помоћу једноставног и стратификованог систематског узорка, при чему је примијењен пропорционални избор пробних површина у узорак.

У конкретном примјеру, доказано је да се примјеном стратификованог узорка са пропорционалним избором пробних површина, у односу на једноставни систематски узорак, постиже смањење стандардне девијације, стандардне грешке, коефицијента варијације и релативне стандардне грешке узорка за 15%, а величине једноставног узорка за 27,2%, под условом да се оствари иста прецизност (тачност) процјене која је добијена помоћу једноставног узорка. Ако је стратификовани узорак исте величине као и једноставни узорак, добија се већа прецизност процјене просјечне и укупне запремине газдинске класе. Примјена оптималног избора пробних површина у стратификованом узорку доводи до даљег смањења величине једноставног узорка и до повећања прецизности процјене. Међутим, због проблема приликом планирања и примјене оптималног избора пробних површина у инвентури шума треба првенствено користити пропорционални (систематски) избор пробних површина.

Приликом инвентуре шума ако се ради о већој инвентурној јединици од састојине (одјељење, слив, газдинска класа, категорија шуме, газдинска јединица, шумско подручје и сл.) умјесто једноставног систематског узорка треба примијенити стратификовани систематски узорак са пропорционалним избором пробних површина. У ствари, најчешће је у пракси потребно само извести постстратификацију већих инвентурних јединица и обрадити податке по формулама стратификованог узорка. Међутим, кад постоји могућност познавања или процјене варијабилитета (запремине, темељнице, и сл.) по стратумима на почетку израде плана инвентуре шума може се прије извођења инвентуре на терену планирати укупна величина пропорционалног или оптималног стратификованог узорка и величина узорка по стратумима.

Показана је могућност и техника примјене стратификованог узорка у инвентури шума, као и предност овог типа узорка над једноставним узорком. Генерално, све што је показано за стратификовани узорак у инвентури шума може се примјенити и у шумарству. Сама техника примјене стратификованог узорка није компликована, а могућности

његове примјене у шумарству су изузетно велике, јер се увијек може наћи одговарајући критеријум за стратификацију посматраног скупа. Кад је у питању инвентура шума, добар критеријум за стратификацију мјерене шуме (инвентурне јединице) је величина просјечне запремине по хектару.

У раду није посебно разматрана прецизност процјене случајног и систематског узорка у инвентури шума. Међутим, зна се да је у инвентури шума систематски избор јединица у узорак практично једино и примјенљив, а емпиријски је доказано да при истој величини узорака систематски узорак даје прецизнију процјену од случајног узорка, иако је сва теорија узорака заснована на рачуну вјероватноће са случајним избором јединица скупа у узорак. Такође, није разматрана ни могућност и техника процјене пропорције неког својства елемената у скупу (инвентурној јединици) помоћу једноставног и стратификованог узорка. У принципу, при процјени пропорције нема већих разлика у односу на процјену аритметичке средине у скупу, јер је пропорција, у ствари, само специфичан вид аритметичке средине.

ЛИТЕРАТУРА

- Hadživuković, S. (1975): Tehnika metoda uzorka. Naučna knjiga, Beograd.
- Hadživuković, S. (1991): Statistički metodi. Poljoprivredni fakultet, Novi Sad.
- Kangas, A., Maltamo, M. (2006): Forest inventory - methodology and applications. Springer. Dordrecht, Netherlandas.
- Koprivica, M. (1984): Planiranje veličine uzorka za taksacionu procjenu šuma. Šumarstvo i prerada drveta, XXXVI, (10 -12), Sarajevo.
- Koprivica, M. (2004): Varijabilitet taksacionih elemenata i planiranje veličine uzorka za taksacionu procjenu šuma u Bosni i Hercegovini (doktorska disertacija). Univerzitet u Banjoj Luci Šumarski fakultet, Banja Luka.
- Koprivica, M. (2006): Reliability of results of beech high stand inventory by sample method. International scientific conference. Sustainable use of forest ecosystems - the challenge of the 21 st century. Proceedings. Donji Milanovac, Serbia.
- Koprivica, M. (2015): Šumarska statistika. Univerzitet u Banjoj Luci Šumarski fakultet, Banja Luka.
- Koprivica, M., Matović, B. (2005): Regresione jednačine zapremine i zapreminskog prirasta stabala bukve u visokim šumama na području Srbije. Zbornik radova, tom 52-53, Institut za šumarstvo, str. 5-17, Beograd.
- Koprivica, M., Miletić, Z., Tabaković Tošić, M. (2005): Metodika prikupljanja i obrade terenskih podataka za proučavanje kvaliteta i sortimentne strukture visokih sastojina bukve u Srbiji. Rukopis. Institut za šumarstvo, Beograd.
- Loetsch, F., Haller, K. E. (1964): Forest Inventory. BLV, Verlagsgesellschaft, Munchen, Basel, Wien.
- Matić, V. (1977): Metodika izrade šumskoprivrednih osnova za šume u društvenoj svojini na području SR BiH. Šumarski fakultet i Institut za šumarstvo. Posebno izdanje (12). Sarajevo.
- Marković, N., Koprivica, M., Matović, B. (2007): Softver SORTIMENT za obradu terenskih podataka o prirodnoj obnovi, kvalitetu i sortimentnoj strukturi visokih sastojina bukve u Srbiji. Institut za šumarstvo, Beograd.
- Nyyssonen, A., Vuokila, Y. (1963): The effect of stratification on the number of sample plots of different sizes. Acta Forestalia Fenica, (75). Helsinki.
- Parde, J. (1961): Dendrometrie. Editions de lecole natonale des eaux et forets-Nancy. Imprimerie Louis - Jean. France.
- Van Laar, A., Akča, A. (2007): Forest Mensuration. Springer, Dordrecht, Netherlands

STRATIFIED SAMPLING IN FOREST INVENTORY

Miloš Koprivica

Summary

The paper analyzes the possibility and technique of using stratified sampling in forest inventory. The research was carried out in a management class of beech high forests. It was first stratified into stands (eleven in total), and then into homogenous groups of stands (three in total). The focus was on estimating the average and total management class volume. The anticipated effects of stratification were preliminarily checked by using the method of simple analysis of variance. It was concluded that there was a statistically significant difference in the values of the average volume per hectare between the stands. In other words, we can expect a significant effect of the stratification performed in estimating the management class volume. The result was confirmed with the homogeneous groups of stands as strata. Statistical data processing referred to the volume that was determined by establishing 500 m² sample plots, systematically arranged in a 100 x 100 grid across the stands. At stand level, the estimate of the average and total volume was done by the simple random sampling formulas, while the simple and stratified random sampling formulas were used at the level of the management class.

In this particular case, it was found that the stratified sample of the same size provides a much more precise estimate of average and total management class volume than the simple sample. In the first case, the relative error of volume, with a 95% probability, is +/- 5.37% and in the second +/- 4.59%. To achieve the same level of precision of management class volume estimates obtained using a simple sample, we can use a stratified sample that is smaller by 27.2%. Instead of 242 sample plots in the simple sample, 176 sample plots would be enough in the stratified sample or 66 sample plots fewer than in the simple sample. Compared to the proportionate stratified sample, the optimal stratified sample provides an even greater reduction in the size of the applied simple sample (by 77 sample plots). However, this paper gives the preference to the stratified sample with proportionate allocation of sample plots (systematic arrangement) for the purposes of forest inventory of units larger than a stand. Simple systematic sample should be used for stands. However, we should not insist on achieving a high level of precision of volume estimates at stand level, but at the level of management classes and inventory units larger than stands, because if we use an economically justified size of a sample, we can achieve the necessary level of precision (accuracy) and develop reliable management plans.