UDK 630*52
Оригинални научни рад

# ОСОБИНЕ И ПРИМЕНА САВРЕМЕНИХ ФУНКЦИЈА ЗА МОДЕЛИРАЊЕ ОБЛИКА ВРЕТЕНА СТАБЛА

ПЕРО РАДОЊА
БРАТИСЛАВ МАТОВИЋ
МИЛОШ КОПРИВИЦА

***Извод*:** У раду је сагледана прецизност и могућност примене више функција за моделирање облика вретена стабла. Анализиране су три савремене функције: Козака, Биа и Модификована Бринкова функција, и две класичне функције базиране на примени полинома и експоненцијалних функција. Примена ових функција илустрована је одговарајућим примерима. Квалитет функција за моделирање облика вретена стабла оцењен је помоћу стандардне грешке модела и коефицијента корелације. Три најбоље функције су посебно тестиране на подацима добијеним мерењем 60 стабала смрче, јеле, букве и храста китњака на подручју Србије.

***Кључне речи*:** облик стабла, моделирање, прецизност модела.

CHARACTERISTICS AND APPLICATION OF MODERN FUNCTIONS FOR MODELLING THE STEM PROFILE

**Abstract**: The precision and the potential application of several functions for modelling the stem profile are analysed. Three modern functions: Kozak's, Bia and the modified Brink's function are analysed, and two classical functions based on the application of polynomial and exponential functions. The application of these functions is illustrated by the examples. The quality of the functions for stem profile modelling was evaluated by the standard error of the model and the correlation coefficient. The three best functions were especially tested on the data obtained by the measurement of 60 spruce, fir, beech and sessile oak trees in Serbia.

**Key words**: stem form, modelling, model precision.

## 1. УВОД

Значај проучавања облика стабла у шумарству најбоље се огледа у великом броју радова који третирају овај проблем. Нарочито су значајни радови настали у последњих четрдесет година (Bruce et al., 1968; Max, Burkhart, 1976; Riemer et al., 1995; Bi, 2000; Kozak, 2004; Rojo et al., 2005, итд.). За наше истраживање посебно је значајан рад Роја и других аутора (Rojo et al., 2005) у коме је анализирана 31 функција и закључено да су најбоље функције Козака, Биа и Модификована Бринкова функција. Поред ове три специфичне функције, које су развијене са циљем да моделирају об-

*др Перо Радоња, мр Братислав Матовић, др Милош Копривица, Институт за шумарство, Београд.*

*Овај рад је финансирало Министарство науке и заштите животне средине Републике Србије и ЈП „Србијашуме“ у оквиру пројекта: Метод процене квалитета и сортиментне структуре високих састојина букве у Србији (ТР-6804. А).*

лик вретена стабла, наша истраживања су обухватила и две класичне функције, базиране на полиномима и комбинацији експоненцијалних функција. У три специфичне функције експлицитно се јављају прсни пречник и укупна висина стабла. Анализиране функције у овом раду захтевају одређивање 3-9 параметара, поступком оптимизације. Показано је да велики број параметара не обезбеђује малу грешку модела. Козакова функција захтева одређивање девет параметара, а функција Биа седам. Полином петог степена захтева одређивање шест, а посматрана комбинација експоненцијалних функција пет параметара. Модификована Бринкова функција захтева одређивање само три параметра, а показала се као довољно прецизна и лако примењива.

## 2. МЕТОД И МАТЕРИЈАЛ

Анализа особина посматраних функција за моделирање облика вретена стабла извршена је на бази једног стабла смрче старости 120 година (Matović, 2005).

Утицај различите врсте података и избора превојне тачке Козакове функције на прецизност модела испитана је на три карактеристична стабла смрче старости 53, 95 и 127 година (Maunaga, 1995).

Утицај броја података (парова пречник-висина) на прецизност посматраних функција испитана је на подацима за два стабла смрче старости 95 (Maunaga, 1995) и 120 година (Matović, 2005). У првом случају мерено је 8 і 10, а у другом 13 і 18 пречника дуж вретена стабла.

Квалитет дефинисања облика вретена стабла помоћу функција Козака, Биа и Модификоване Бринкове функција испитан је на подацима прикупљеним за по 15 стабала смрче, јеле, букве и храста китњака, на подручју Србије (Matović, 2005; Čokeša, 2007).

Ради упоређења модела облика вретена стабла пре одређивања параметара функције оригиналне величине пречника и висине су нормализоване (за базу релативних величина узети су прсни пречник и висина стабла).

Параметри функција и показатељи квалитета изравнања одређени су помоћу пакета програма за статистичку обраду података (*Curve Expert* и *Statgraphics*).

## 3. РЕЗУЛТАТИ ИСТРАЖИВАЊА

### 3.1 Подела модела облика вретена стабла

С обзиром на примењену функцију за моделирање облика вретена стабла, сви модели се могу сврстати у три основне групе: модели заснивани на једној функцији, сегментни модели који користе различите функције за различите сегменте стабла, и модели са функцијама континуалне промене облика вретена стабла (Rojo et al., 2005, Lee et al., 2003).

Основни недостатак модела прве групе је да непрецизно моделирају део вретена стабла непосредно изнад површине земље и при врху. Рохо (Rojo et al., 2005) је испитао чак двадесет модела облика вретена стабла, који базирају на једној функцији.

Функције облика вретена стабла друге групе решавају проблем прецизнијег дефинисања дела стабла непосредно изнад површине земље и при врху. Генерално, сегментни модели користе различите подфункције за различите сегменте - делове стабла. Такође, у ову групу спадају и *Spline функције*.

Најбољу физичку интерпретацију облика вретена стабла дају функције које се базирају на претпоставци да се облик стабла континуално мења. Ово је управо и претпоставка на којој се базирају модели треће групе (Lee et al., 2003).

У овом раду биће анализиране функције из прве (полиномна функција петог степена) и треће групе (функције Козака, Биа, Модификована Бринкова функција и модел базиран на експоненцијалним функцијама).

### 3.2 Математички облик и примена функција

### 3. 2. 1 Козакова функција (КФ)

Сложене функције обично имају један карактеристичан члан $K$ који је монотона функција релативне висине $x = h_s/H$. Овде је $h_s$ апсолутна висина на којој се мери пречник а $H$ укупна висина стабла. У случају Козакове функције карактеристични члан $K_K$ је функција релативне висине и релативне висине тачке инфлексије $p=h_i/H$, где је $h_i$ апсолутна висина на којој се налази тачка инфлексије. Тачка инфлексије, односно превојна тачка се налази на висини где крива функције облика вретена стабла прелази из конкавног у конвексни облик. Ова висина се налази обично између 15% и 35% укупне висине стабла. Члан $K_K$ има облик,

$$K_K = \frac{1 - x^{1/3}}{1 - p^{1/3}} \tag{1}$$

У циљу једноставности, Козакова функција се може представити у општем облику као степена функција,

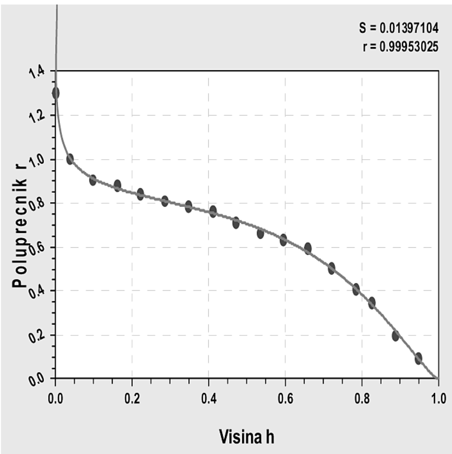
$$y(x) = \frac{1}{2} a D^b H^c K_K^E \tag{2}$$

где су: ***a, b*** и ***c*** параметри функције који се одређују поступком оптимизације, $D$ је пречник на прсној висини, а $E$ експонент који има још 6 непознатих параметара, ***d, e, f, g, h*** и ***i***, датих у једначини (3)

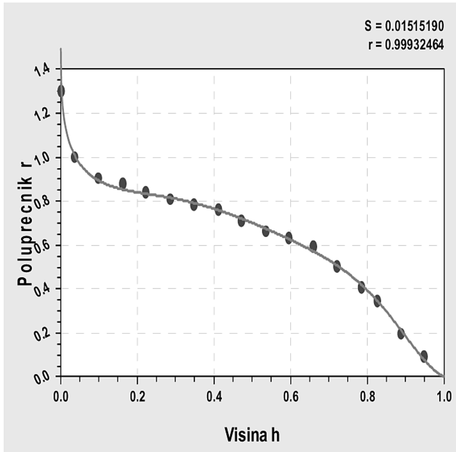
$$E = d \cdot x^4 + e \cdot (1/\exp(D/H)) + f \cdot K_K^{0.1} + g \cdot (1/D) + h \cdot H^{1-x^{1/3}} + i \cdot K_K \tag{3}$$

Поред сложености, недостатак Козакове функције је и потреба да се унапред приближно процени висина на којој се налази тачка инфлексије.

Резултат примене Козакове функције на стабло смрче старости 120 година (D=50, 9 cm и H=32, 95 m) дат је на графикону 1.




*Графикон 1 - Козакова функција*
*Diagram 1 - Kozak's function*




*Графикон 2 - Функција Биа*
*Diagram 2 - Bia function*

Утицај врсте података, броја података и избора превојне тачке, на прецизност модела, разматран је у одељку 3. 3.

### 3. 2. 2 Тригонометријска функција Биа (ФБ)

У општем облику функција Биа је,

$$y(x) = \tfrac{1}{2} D \cdot K_B^{E_B} \tag{4}$$

Карактеристични члан функције (4) је,

$$K_B = \frac{\ln \sin(\pi \cdot x / 2)}{\ln \sin(1.3\pi / 2H)} \tag{5}$$

Експонент $E_B$ дефинисан је једначином (6),

$$E_B = a + b \cdot \sin(\pi x / 2) + c \cdot \cos(3\pi x / 2) + d \cdot \sin(\pi x / 2) / x + eD + fx\sqrt{D} + gx\sqrt{H} \tag{6}$$

и садржи свих 7 параметара, који се одређују поступком оптимизације.

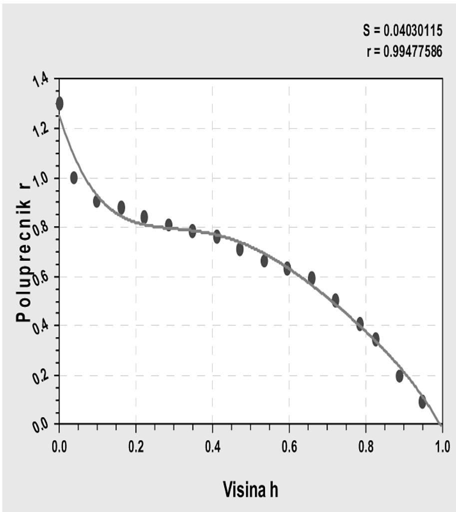
Резултат примене ове функције илустрован је на истим подацима као за Козакову функцију (графикон 2).

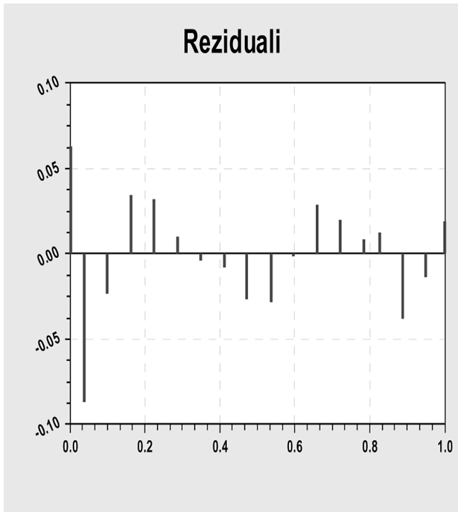
### 3. 2. 3 Полиномна функција (ПФ)

Полиномне функције се генерално користе за моделирање најразличитијих процеса и расположиве су у великом броју познатих пакета програма за статистичку обраду података: *Curve Expert, Statgraphics, Statistica, Spss, Matlab*. У циљу поређења са савременим функцијама примењена је полиномна функција петог степена,

$$y(x) = a + bx + cx^2 + dx^3 + ex^4 + fx^5 \tag{7}$$

Добијени резултати су приказани на графикону 3.




*Графикон 3 - Полином йетог стейена*
*Diagram 3 - Polynomial of the fifth degree*

*Графикон 4 - Резидуали*
*Diagram 4 - Residuals*

Иако је као модел коришћен полином петог степена, приказан на графикону 3, крива још увек нема задовољавајући облик при дну стабла. То потврђују и резидуали на графикону 4. Генерално, крива полинома вишег реда може проћи кроз сваки измерени податак, односно приказати и најмању неравнину на стаблу. Међутим, ово не омогућава и уопштавање облика вретена стабла, што је највећи недостатак (Riemer *et al.,* 1995). Поред тога, полиноми су опште функције које не садрже експлицитно прсни пречник и укупну висину стабла (као специфичне функције) и ретко се практично користе за моделирање облика вретена стабла.

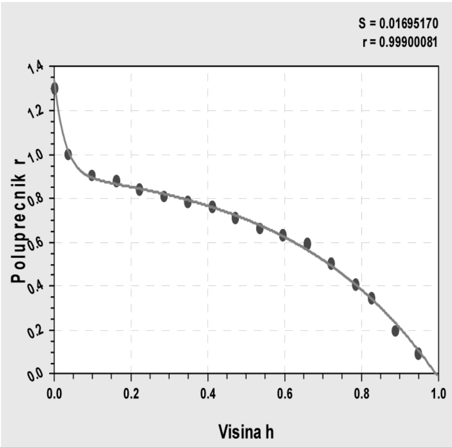
### 3. 2. 4 Модел базиран на експоненцијалним функцијама (ЕФ)

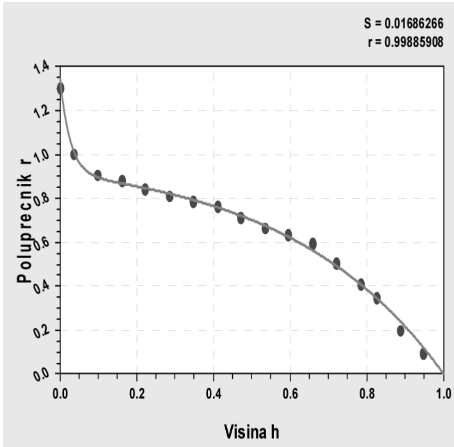
Истраживања Бринка и Гадова (Brink, Gadow, 1986) су показала да се облик вретена стабла може успешно моделирати функцијом која има три компоненте (слободни члан и две експоненцијалне функције),

$$y(x) = a + b \cdot e^{-px} - c \cdot e^{qx} \qquad (8)$$

У функцији (8) потребно је, поступком оптимизације, одредити пет параметара: ***a, b, c, p*** и ***q***.

На графикону 5 приказана је крива облика вретена стабла добијена применом функције (8) за исте податке као у претходним случајевима.




*Графикон 5. Модел базиран на ЕФ*
*Diagram 5. Model based on EF*

*Графикон 6. Модиф. Бринкова функција*
*Diagram 6. Modified Brink's function*

### 3. 2. 5 Модификована Бринкова функција (МБФ)

Модификована Бринкова функција дефинисана је релацијом (9),

$$y(x) = i + (\frac{D}{2} - i)\frac{e^{p(1.3-x)} - e^{p(1.3-H)}}{1 - e^{p(1.3-H)}} - i\,\frac{e^{q(x-H)} - e^{q(1.3-H)}}{1 - e^{q(1.3-H)}} \quad (9)$$

Овом функцијом отклоњен је основни недостатак Бринкове функције, која није имала нулту вредност пречника за укупну висину стабла (Riemer et al., 1995).

Поступаком оптимизације у једначини (9) одређени су параметри: ***i*, *p*** и ***q***, (Radonja et al., 2005). Резултат примене је дат на графикону 6.

### 3.3 Додатне карактеристике посматраних функција

Поред наведених особина (у поглављу 3. 2.) овде су разматране још неке значајније карактеристике посматраних функција: утицај врсте и броја података на величину стандардне грешке модела (***S***) и коефицијента корелације (***r***), као и утицај избора превојне тачке на прецизност Козакове функције.

#### 3. 3. 1 Утицај врсте података

Утицај врсте података на прецизност модела испитивана је на подацима за три стабла смрче различите старости. Као показатељ осетљивости модела узет је количник максималне и минималне вредности стандардне грешке $S_{max}/ S_{min}$ (табела 1).*

* *Величина стандардне грешке модела, као најзначајнији показатељ квалитета изравнања, у табелама 1 и 4 је означена тако да је најбољи резултат обележен болдовано а следећи у рангу италик.*

*Табела 1 - Зависност прецизности модела од врсте података*
*Table 1 - Dependence of model precision on the type of data*

| **Старост стабла** | **Статистички показатељи** | **Модели** | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | **(КФ)** | **(ФБ)** | **(ПФ)** | **(ЕФ)** | **(МБФ)** |
| | | **Број параметара** | | | | |
| | | **9** | **7** | **6** | **5** | **3** |
| **53 год.** | S | 0. 01843 | 0. 01256 | *0. 00957* | 0. 00972 | 0. 00936 |
| | r | 0. 99953 | 0. 99967 | 0. 99981 | 0. 99974 | **0. 99969** |
| **95 год.** | S | 0. 01539 | 0. 01648 | 0. 02616 | *0. 01099* | **0. 00991** |
| | r | 0. 99973 | 0. 99951 | 0. 99876 | 0. 99971 | 0. 99970 |
| **127 год.** | S | 0. 02454 | **0. 01497** | 0. 01926 | *0. 01537* | 0. 01601 |
| | r | 0. 99923 | 0. 99958 | 0. 99931 | 0. 99942 | 0. 99921 |
| $S_{max}/S_{min}$ | | **1. 591** | **1. 309** | **2. 729** | **1. 588** | **1. 702** |

Табела 1 показује да МБФ даје два пута најбољи резултат, ЕФ два пута резултат други у рангу, ФБ једном најбољи, и ПФ једном други резултат у рангу.

Најмању осетљивост на различиту врсту података има ФБ (1.309) а највећу ПФ (2.729). Осетљивост модела КФ, ЕФ и МБФ креће се приближно у границама од 1.6 до 1.7.

### 3. 3. 2 Утицај броја података

Утицај броја података на прецизност модела приказан је у табели 2. Код свих функција за моделирање облика вретена стабла са повећањем броја расположивих података (места мерења) углавном се смањује стандардна грешка. Изузетак је Козакова функција у случају када је број расположивих података мањи од 9, односно од броја параметара функције. Познато је, ако функција има више параметара од броја расположивих података да крива модела може проћи кроз сваку измерену вредност (тачку)

*Табела 2 - Зависност прецизности модела од броја података*
*Table 2 - Dependence of model precision on the number of data*

| **Старост стабла** | **Број података** | **Статистички показатељи** | **Модели** | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | **КФ** | **ФБ** | **ПФ** | **ЕФ** | **МБФ** |
| **95 год.** | 8 | S | 0. 0 | 0. 03479 | 0. 04621 | 0. 01672 | 0. 01304 |
| | | r | 1. 0 | 0. 99949 | 0. 99821 | 0. 99965 | 0. 99964 |
| | 13 | S | 0. 01539 | 0. 01648 | 0. 02616 | 0. 01099 | 0. 00991 |
| | | r | 0. 99973 | 0. 99951 | 0. 99876 | 0. 99971 | 0. 99970 |
| **120 год.** | 10 | S | 0. 03226 | 0. 02033 | 0. 06334 | 0. 02431 | 0. 02136 |
| | | r | 0. 99961 | 0. 99953 | 0. 99394 | 0. 99889 | 0. 99880 |
| | 18 | S | 0. 01397 | 0. 01515 | 0. 04030 | 0. 01695 | 0. 01686 |
| | | r | 0. 99953 | 0. 99932 | 0. 99478 | 0. 99900 | 0. 99886 |

а статистички програми, нпр. *Statgraphics*, показују да је ***S***=0, а ***r***=1. Међутим, у овом случају крива функције не представљају суштинско решење.

Коефицијент корелације има сличне вредности и значајније не зависи од броја расположивих података.

### 3. 3. 3 Утицај избора превојне тачке Козакове функције

Козак (Kozak, 2004) је предложио да се апсолутна висина на којој се налази превојна тачка ($h_i$) изабере у интервалу од 15 % до 35 % укупне висине стабла. Поштујући ову сугестију, и постепеним повећавањем $h_i$ утврђено је да најмању стандардну грешку има модел ако је $h_i$ =4m, за стабла смрче старости 53 и 127 година, односно са висином 18,7m и 29,7m. За стабло смрче старости 95 година и висине 36,15m оптимална вредност $h_i$ је 12 m (табела 3).

*Табела 3 - Зависност прецизности Козакове функције од избора превојне тачке*
*Table 3 - Dependence of Kozak's function precision on the choice of inflection point*

| **Старост стабла** | **Стандардна грешка** | Висина на којој се налази превојна тачка (m) | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | **2** | **4** | **6** | **8** | **10** | **12** |
| **53 год.** | *S* | - | **0. 01883** | 0. 01960 | - | - | - |
| **95 год.** | *S* | - | - | 0. 01545 | 0. 01556 | 0. 01562 | **0. 01363** |
| **127 год.** | *S* | - | **0. 02400** | 0. 02456 | 0. 02403 | 0. 02488 | - |

Избор превојне тачке не утиче значајно на прецизност модела, а одузима прилично времена, па се Козакова функција не може прихватити као лако примењива.

### 3. 4 Примена модела на различите врсте дрвећа

Поузданост најбољих функција (КФ, ФБ и МБФ) за моделирање облика вретена стабла различитих врста дрвећа испитана је на подацима премера по 15 стабала смрче, јеле, букве и храста китњака.

У табели 4 дате су средње вредности стандардних грешкака модела и коефицијената корелације.

*Табела 4 - Зависност прецизности модела од врсте дрвећа*
*Table 4. Dependence of model precision on tree species*

| **Враста дрвећа** | **Статистички показатељи** | **Модели** | | |
|---|---|---|---|---|
| | | **КФ** | **ФБ** | **МБФ** |
| **СМРЧА** | *S* | 0. 01004 | 0. 01821 | *0. 01201* |
| | ***r*** | 0. 99982 | 0. 99912 | 0. 99944 |
| **ЈЕЛА** | ***S*** | **0. 01059** | 0. 01828 | *0. 01066* |
| | ***r*** | 0. 99973 | 0. 99897 | 0. 99952 |
| **БУКВА** | ***S*** | 0. 03560 | **0. 02734** | *0. 03507* |
| | ***r*** | 0. 99856 | 0. 99852 | 0. 99555 |
| **ХРАСТ** | ***S*** | 0. 02827 | *0. 02662* | **0. 02658** |
| | ***r*** | 0. 99758 | 0. 99852 | 0. 99825 |

Анализом стандардне грешке модела, види се да је МБФ дала једном најбољи резултат и три пута резултат други у рангу, КФ два пута најбољи резултат, а ФБ један најбољи и један резултат други у рангу.

За четинарске врсте дрвећа најбоље резултате је дала КФ, затим МБФ, а најлошије ФБ. Међутим, за лишћарске врсте дрвећа редослед је обрнут.

Ипак, с аспекта практичне примене све три функције показују високу прецизност за моделирање облика вретена стабла.

## 4. ДИСКУСИЈА И ЗАКЉУЧАК

У овом истраживању Модификована Бринкова функција је дала подједнако добре резултате и за лишћаре и за четинаре, али у поређењу са Козаковом функцијом и функцијом Биа, ипак, нешто боље резултате за лишћаре. Такође, Шмит (Schmidt, 2001) је утврдио да Модификована Бринкова функција даје нешто боље резултате за букву и храст, у односу на смрчу, бели бор и дуглазију. Модификована Бринкова функција, због малог броја параметара који се, такође, могу моделирати у зависности од обележја појединачних стабала (прсни пречник, висина, дужина круне, итд.) и састојине (темељница, средњи састојински пречник, итд.), примењује се за израду јединствених модела облика вретена стабла различитих врста дрвећа на одређеном географском подручју (Hui, Gadow, 1997; Korol, Gadow, 2003; Matović *et al.,* 2007). Јединствени модели су знатно боље решење од регионалних запреминских таблица, јер поред укупне запремине вретена стабла могу се користити и за одређивање запремине делова стабла, односно за процену потенцијалне сортиментне структуре састојине.

На основу проведеног истраживања утврђено је да се за моделирање облика вретена стабла лишћара (буква и храст китњак) и четинара (смрча и јела) могу успешно применити три функције. Модификована Бринкова функција може се успешно применити за моделирање облика вретена стабла и лишћара и четинара. Козакова функција даје најбоље резултате при моделирању облика вретена стабла четинара, а за лишћаре најлошије. Међутим, Козакова функција поред одређивања изузетно великог броја параметара захтева и избор превојне тачке, што изискује додатно време код поступка оптимизације. Функција Биа даје најбоље резултате за моделирање облика вретена стабла лишћара, а за четинаре најлошије. Поред тога ова функција даје врло слабу прецизност за стабала са јако израженим жилиштем.

## ЛИТЕРАТУРА


Bi, H. (2000): Trigonometric Variable-Form Taper Equations for Australian Eucalypts. Forest Science 46 (3), pp. 397-409.

Brink, C., von Gadow, K. (1986): On the use of growth and decay functions for modelling stem profiles. EDV in Medizin and Biologie, 17 (1/2): 20-27.

Bruce, R., Curtiss, L., Van Coevering, C. (1968): Development of a system of taper and volume tables for red alder. Forest Science 14, pp. 339-350.

Čokeša, V. (2007): Istraživanje zrelih izdanačkih šuma hrasta kitnjaka u cilju njihovog prevođenja u viši uzgojni oblik na području Cera. Magistarska teza, rukopis, Šumarski fakultet, Beograd.

Hui, G. Y., von Gadow, K. (1997) Entwicklung und Erprobung eines Einheitsschaftmodells für die Baumart Cunninghamia lanceolata. Forstwissenschaftliches Centralblatt 116, 315-321.

Korol M., von Gadow, K. (2003): Ein Einheitsschaftmodell für die Baumart Fichte. Forstwissenschaftliches Centralblatt 122, 1-8.

Kozak, A. (2004): My last words on taper equation. Forestry Chronicle 80(4): 507-515, 2004.

Lee, W-K., Seo, J-H., Son, Y-M., Lee, K-H., von Gadow, K. (2003): Modelling stem profiles for Pinus densiflora, in Korea. Forest Ecology and Management, 172(2003), pp. 69-77.

Matović, B. (2005): Normalno stanje u smrčevo-jelovim šumama – ciljevi i problemi gazdovanja na Zlataru. Magistarska teza, rukopis, Šumarski fakultet, Beograd.

Matović, B., Koprivica, M., Radonja, P. (2007): Generalized taper models for Norway spruce (Picea abies L. Karst.) in Bosnia and west Serbia. Allgemeine Forst- und Jagdzeitung, in press.

Maunaga Z. (1995): Proizvodnost i strukturne karakteristike jednodobnih sastojina smrče u Republici Srpskoj. Doktorska disertacija, rukopis, Šumarski fakultet, Beograd.

Max, T. A., Burkhart, H. E. (1976): Segmented polynomial regression applied to taper equations, Forest Science 22(33), pp. 283-289.

Radonja, P., Koprivica, M., Matovic, B. (2005): Primena modifikovane Brinkove funkcije za modeliranje profila i zapremine debla, Šumarstvo, N$^0$4, Vol. (LVII), str. 1-10.

Riemer, T., von Gadow, K., Sloboda., B. (1995): Ein Modell zur Beschreibung von Baumschaften, Allgemeine Forst- und Jagdzeitung 166(7), pp. 144-147.

Rojo, A., Perales, X., Sanchez-Rodriguez, F., Alvarez-Gonzalez, J. G., von Gadow, K. (2005): Stem taper functions for maritime pine (Pinus pinaster Ait.) in Galicia (Northwestern Spain). European Journal of Forest Research 124: pp. 177-186.

Schmidt, M. (2001): Prognosemodelle für ausgewählte Holzqualitätsmerkmale wichtiger Baumarten. Dissertation zur Erlangung des Doktorgrades der Fakultät für Forstwissenschaften und Waldökologie der Georg-August-Universität Göttingen.

## CHARACTERISTICS AND APPLICATION OF MODERN FUNCTIONS FOR MODELLING THE STEM PROFILE

*Pero Radonja*
*Bratislav Matović*
*Miloš Koprivica*

### Summary

The characteristics and potential application of five characteristic functions for modelling the stem profile were analysed. The three analysed modern functions are: Kozak's function, Bia function and the modified Brink's function. Also, two classical functions were analysed, which are based on the application of polynomial and exponential functions. The application of the study functions is illustrated by the examples. The effect of different species and the number of available data on the precision of the model is also analysed and, for Kozak's function, also the effect of the choice of the inflection point on the standard error of the model. The comparison of standard errors of the model, as well as the correlation coefficients for the three best functions was performed on a set of data obtained by measurement of 15 trees of each spruce, fir, beech and sessile oak in Serbia.

It was concluded that Kozak's function is the best for modelling the stem profile of conifers, it is followed by the modified Brink's function. Bia function gives the worst results. However, for broadleaves the order is the opposite. Still, from the aspect of practical application, all three functions show high precision. The advantage of the modified Brink's function is in the small number of parameters, which can also be modelled depending on the characteristics of the individual trees (dbh, height, crown length, etc..) and the stand (basal area, mean stand diameter, etc..), so it can be applied for the construction of stem profile models of different tree species in a determined geographic region.